

Maximus - трёхмерный гибридный код для микроскопического моделирования бесстолкновительной плазмы

Ю.А. Кропотина¹, А.М. Быков¹, А.М. Красильщиков¹,
К.П. Левенфиш¹

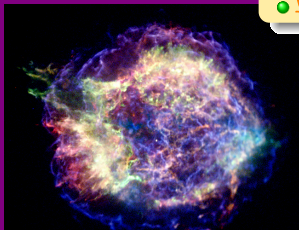
¹Ioffe Institute

RuSCDays, 2018

Бесстолкновительная плазма в астрофизических объектах



- $L \gg \lambda_c$
- Движение ионов
- Генерация полей



Типы сеточных кодов для описания бесстолкновительной плазмы

Типы сеточных кодов для описания бесстолкновительной плазмы

Гидродинамические и МГД-коды



- Крупные масштабы
- Отсутствие кинетических эффектов

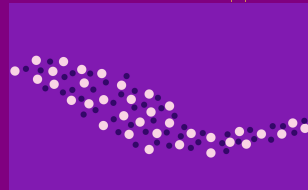
Типы сеточных кодов для описания бесстолкновительной плазмы

Гидродинамические и МГД-коды



- Крупные масштабы
- Отсутствие кинетических эффектов

Particle-in-cell коды



- Масштабы порядка дебаевских длин
- Точный учет кинетики частиц

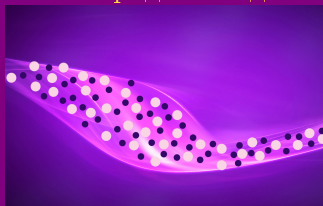
Типы сеточных кодов для описания бесстолкновительной плазмы

Гидродинамические и МГД-коды



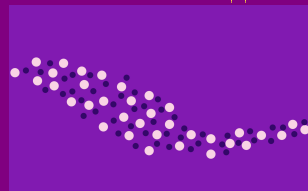
- Крупные масштабы
- Отсутствие кинетических эффектов

Гибридные коды



- Некоторые сорта представлены как жидкость
- Экономия ресурсов и учет кинетики интересующих частиц

Particle-in-cell коды



- Масштабы порядка дебаевских длин
- Точный учет кинетики частиц

Система уравнений гибридного кода Maximus

- Ионы - частицы (характеристики уравнения Власова)
- Электроны - безмассовая нейтрализующая жидкость

$$\frac{d\vec{r}_k}{dt} = \vec{V}_k$$

$$\frac{d\vec{V}_k}{dt} = \frac{Z_k}{m_k} (\vec{E} + \vec{V}_k \times \vec{B})$$

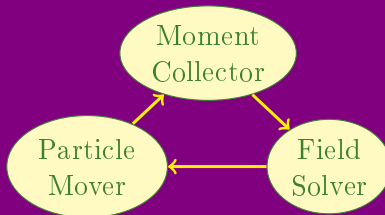
$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\nabla \times \vec{E}$$

$$\vec{E} = \frac{1}{\rho_c} (\nabla \times \vec{B}) \times \vec{B} - \frac{1}{\rho_c} (\vec{j}_{\text{ions}} \times \vec{B}) - \nabla P_e / \rho_c$$

$$\vec{j}_{\text{ions}} = \sum_{\text{cell}} S(\vec{r}_k) Z_k V_k \rho_c = \sum_{\text{cell}} S(\vec{r}_k) Z_k$$

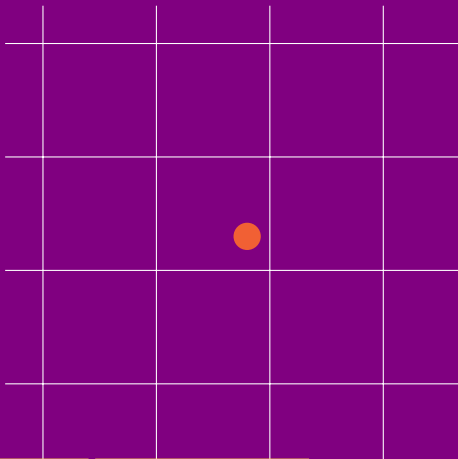
- $\text{div} \vec{B} = 0$
- Схема TVD
- 2й порядок точности
- Ошибка энергии < 10%
- Ошибка импульса < 1%

Общая схема работы кода Maximus



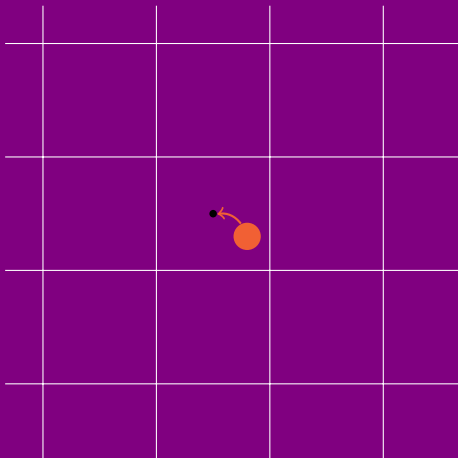
- Moment Collector: находим токи и заряды
- Field Solver: решаем уравнения Максвелла
- Particle Mover: перемещаем частицы

Вычисление токов и плотности заряда в ячейках (MomentCollector)



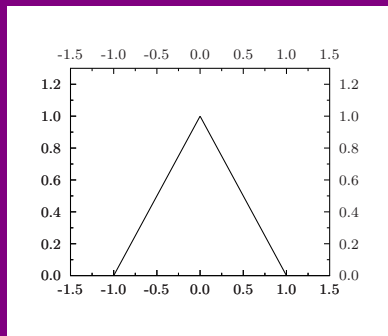
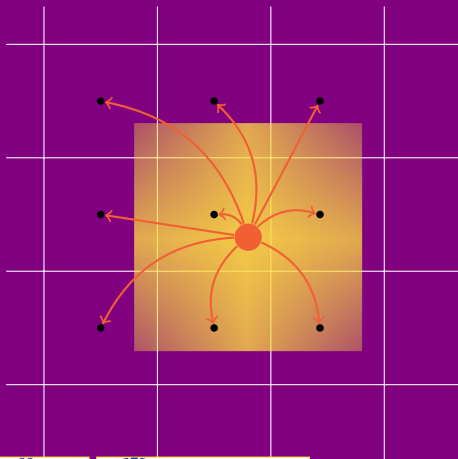
Вычисление токов и плотности заряда в ячейках (MomentCollector)

NGP - Nearest Grid Point



Вычисление токов и плотности заряда в ячейках (MomentCollector)

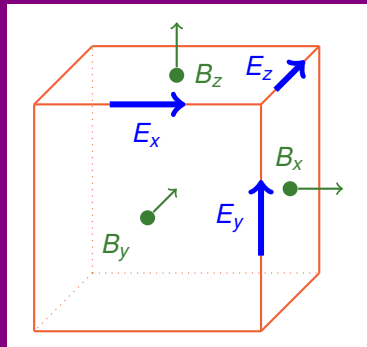
TSC - Triangular Shaped Cloud



Квадратичная интерполяция

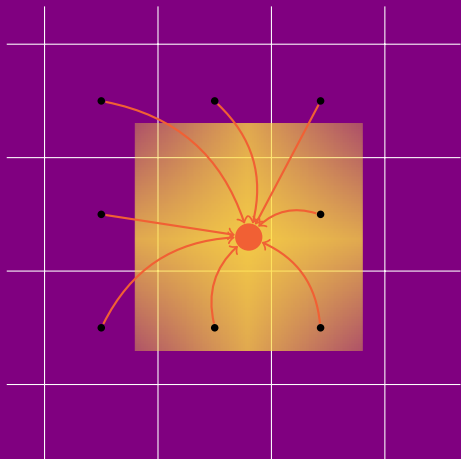
Вычисление полей в ячейках (Field Solver)

- Yee lattice (\vec{B} на гранях, \vec{E} на ребрах)
- Leapfrog (метод перешагивания по времени)
- Консервативная схема RSA (Reconstruct - Solve - Average)
- Квадратичная реконструкция \vec{B} в ячейке
- Решение задачи Римана для вычисления \vec{E}
- Схема TVD (ограничители производной)

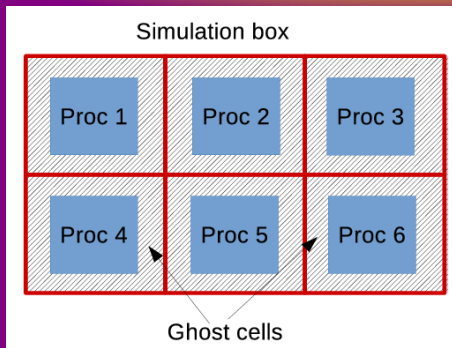


Перемещение частиц

- Метод Бориса: разделение движений в электрическом и магнитном поле
- Квадратичная интерполяция полей в точку нахождения частицы
- Второй порядок точности по времени и координате
- Адаптивный шаг по времени (критерий Куранта)

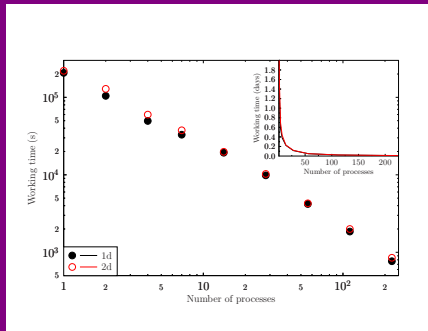
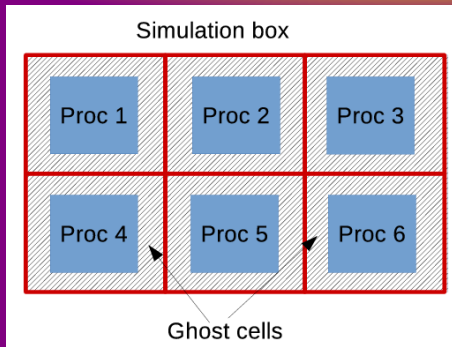


Распараллеливание задачи



- Автоматический выбор размера области
- Адаптивное разбиение

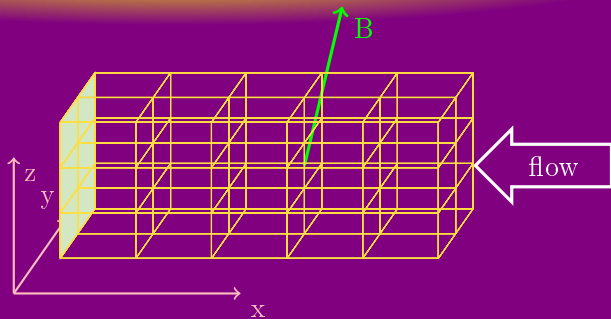
Распараллеливание задачи



- Автоматический выбор размера области
- Адаптивное разбиение

Моделирование ударной волны

- Трёхмерная сетка
- B на гранях
- E на рёбрах



Безразмерные параметры:

- Альвеновское число Маха M_a
- Угол наклона магнитного поля к нормали θ
- Отношение теплового давления к магнитному β

Ударная волна в Солнечном ветре


Ellison et al, 1990

- $V_{up} = 540 \text{ km/s}$
- $V_{down} = 115 \text{ km/s}$
- $B_{up} = 10^{-4} \text{ G}$
- $\theta_{up} = 30^\circ$
- $T_{up} = 2 \cdot 10^5 \text{ K}$
- $n_{up} = 2.25 \pm 0.5 \text{ cm}^{-3}$
- $n_{He}/n_{up} = 0.022$
- $n_{CNO}/n_{He} = 0.043$

Ударная волна в Солнечном ветре

Ellison et al, 1990

- $V_{up} = 540 \text{ km/s}$
- $V_{down} = 115 \text{ km/s}$
- $B_{up} = 10^{-4} G$
- $\theta_{up} = 30^\circ$
- $T_{up} = 2 \cdot 10^5 K$
- $n_{up} = 2.25 \pm 0.5 \text{ cm}^{-3}$
- $n_{He}/n_{up} = 0.022$
- $n_{CNO}/n_{He} = 0.043$

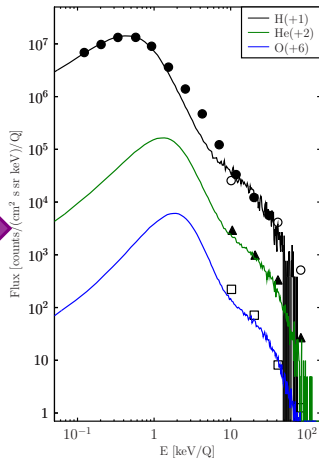
- 
- $M_a = 3.1$
 - $\theta_0 = 10^\circ$
 - $\beta_{up} = 0.17$

Ударная волна в Солнечном ветре

Ellison et al, 1990

- $V_{up} = 540 \text{ km/s}$
- $V_{down} = 115 \text{ km/s}$
- $B_{up} = 10^{-4} \text{ G}$
- $\theta_{up} = 30^\circ$
- $T_{up} = 2 \cdot 10^5 \text{ K}$
- $n_{up} = 2.25 \pm 0.5 \text{ cm}^{-3}$
- $n_{He}/n_{up} = 0.022$
- $n_{CNO}/n_{He} = 0.043$

- $M_a = 3.1$
- $\theta_0 = 10^\circ$
- $\beta_{up} = 0.17$



Заключение

- Гибридный код “Maximus” осуществляет моделирование плазмы на масштабах порядка инерционных длин ионов
- Особенности вычислительной схемы “Maximus”:
 - Квадратичная интерполяция по координате
 - Задание магнитных полей на гранях, а электрических - на ребрах трёхмерной декартовой сетки (Yee lattice)
 - Алгоритм сохранения $\text{div}\vec{B} = 0$ (задача Римана)
 - Схема TVD (ограничители производных)
 - Метод Бориса перемещения частиц
 - Метод перешагивания при реализации общей схемы
 - Эффективное распараллеливание (технология MPI)
 - Адаптивный шаг по времени
 - Адаптивное пространственное разделение между процессорами

Спасибо за внимание!