



**Суперкомпьютерные методы реконструкции
ультразвуковых томографических изображений:
математические методы и эксперимент.**

Гончарский А.В., Серёжников С.Ю. (докладчик)

Исследования проведены при поддержке гранта РФФ № 17-11-01065.

Ультразвуковая томография в медицине

2



- **Рентген**

Высокая доза облучения при регулярных обследованиях

- **МРТ**

Высокая стоимость и сложность оборудования

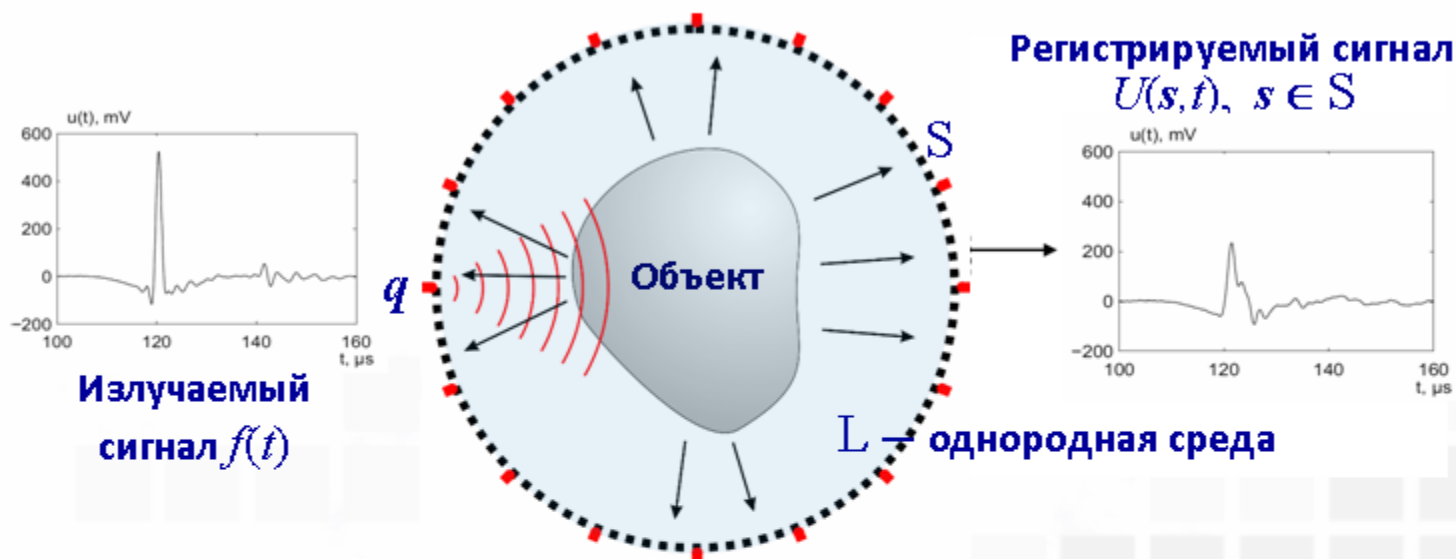
- **УЗИ**

Недостаточное качество изображения для ранней диагностики

- **Более 40 тысяч женщин** ежегодно заболевают раком молочной железы. Доля лиц с поздними стадиями заболевания среди первичных больных **превышает 40%**.
- Каждое 4-е онкологическое заболевание – рак груди.
- Ультразвуковые томографы высокого разрешения позволят осуществлять **раннюю диагностику рака**.
- В настоящее время не существует серийно выпускаемых ультразвуковых томографов.
- В США и Европе ведутся интенсивные работы по разработке программного обеспечения и макетов установок.

- Регистрация волнового фронта (мгновенного значения поля)
- Разрешающая способность $\lambda/2$ и выше
- Возможность использования низких частот
- Количество лучей – менее 25000 (2D) / 500000 (3D)
- Количество источников – менее 50
- Количество вращающихся детекторов – 1 (2D) / 100 (3D)
- Высокая вычислительная сложность

Постановка задачи волновой томографии



- Волновое уравнение

$$c(\mathbf{r})u_{tt}(\mathbf{r},t) + a(\mathbf{r})u_t(\mathbf{r},t) - \Delta u(\mathbf{r},t) = 0,$$

$$u(\mathbf{r},0) = F_0(\mathbf{r}); \quad u_t(\mathbf{r},0) = F_1(\mathbf{r}); \quad - \text{начальные условия (известны),}$$

$$u(s,t) = U(s,t) \quad - \text{поле, измеренное на детекторах (известно на части границы),}$$

$$c(\mathbf{r}) = c_0, \quad a(\mathbf{r}) = a_0 \quad \text{в однородной среде } \mathbf{r} \in L.$$

- Требуется найти $c(\mathbf{r}), a(\mathbf{r})$. Нелинейная обратная задача.

Постановка задачи волновой томографии

- Задача минимизации функционала невязки

$$\Phi(u(c,a)) = || u(s,t) - U(s,t) ||$$

Основная задача

Сопряженная задача
"time-reversal"

$$t=0...T$$

$$c(\mathbf{r})u_{tt}(\mathbf{r},t) + a(\mathbf{r})u_t(\mathbf{r},t) - \Delta u(\mathbf{r},t) = 0$$

$$u(\mathbf{r},0) = F_0(\mathbf{r}); \quad u_t(\mathbf{r},0) = F_1(\mathbf{r});$$

$$t=T...0$$

$$c(\mathbf{r})w_{tt}(\mathbf{r},t) - a(\mathbf{r})w_t(\mathbf{r},t) - \Delta w(\mathbf{r},t) = u(s,t) - U(s,t)$$

$$w(\mathbf{r},T) = 0; \quad w_t(\mathbf{r},T) = 0;$$

- Градиент функционала имеет вид:

$$\Phi'_c(u) = \int_0^T u_t(\mathbf{r},t) w_t(\mathbf{r},t) dt$$

$$\Phi'_a(u) = \int_0^T u(\mathbf{r},t) w_t(\mathbf{r},t) dt$$

- Градиент суммируется по всем источникам.

- Итерационный метод минимизации функционала

$$c^{(0)} = const; \quad a^{(0)} = 0;$$

30...60 итераций

$$\{c, a\}^{(n+1)} = \{c, a\}^{(n)} + \lambda \{ \Phi'_c(u(c^{(n)}, a^{(n)}), \Phi'_a(u(c^{(n)}, a^{(n)})) \}$$

Численный алгоритм

- Явная разностная схема для расчета распространения звуковой волны последовательно по времени
- Аппроксимации частных производных 2-го порядка по времени, 4-го порядка по пространству
- Дискретный Лапласиан размерности 5x5 и выше

$$c_{ijl} \frac{u_{ij}^{k+1} - 2u_{ij}^k + u_{ij}^{k-1}}{\tau^2} + a_{ij} \frac{u_{ij}^{k+1} - u_{ij}^{k-1}}{\tau} - \frac{\Delta u_{ij}^k}{h^2} = 0 \quad \Delta u_{i_0 j_0}^k = \sum_{i=i_0-2}^{i_0+2} \sum_{j=j_0-2}^{j_0+2} b_{ij} u_{ij}^k$$

- Градиент функционала невязки вычисляется по формуле

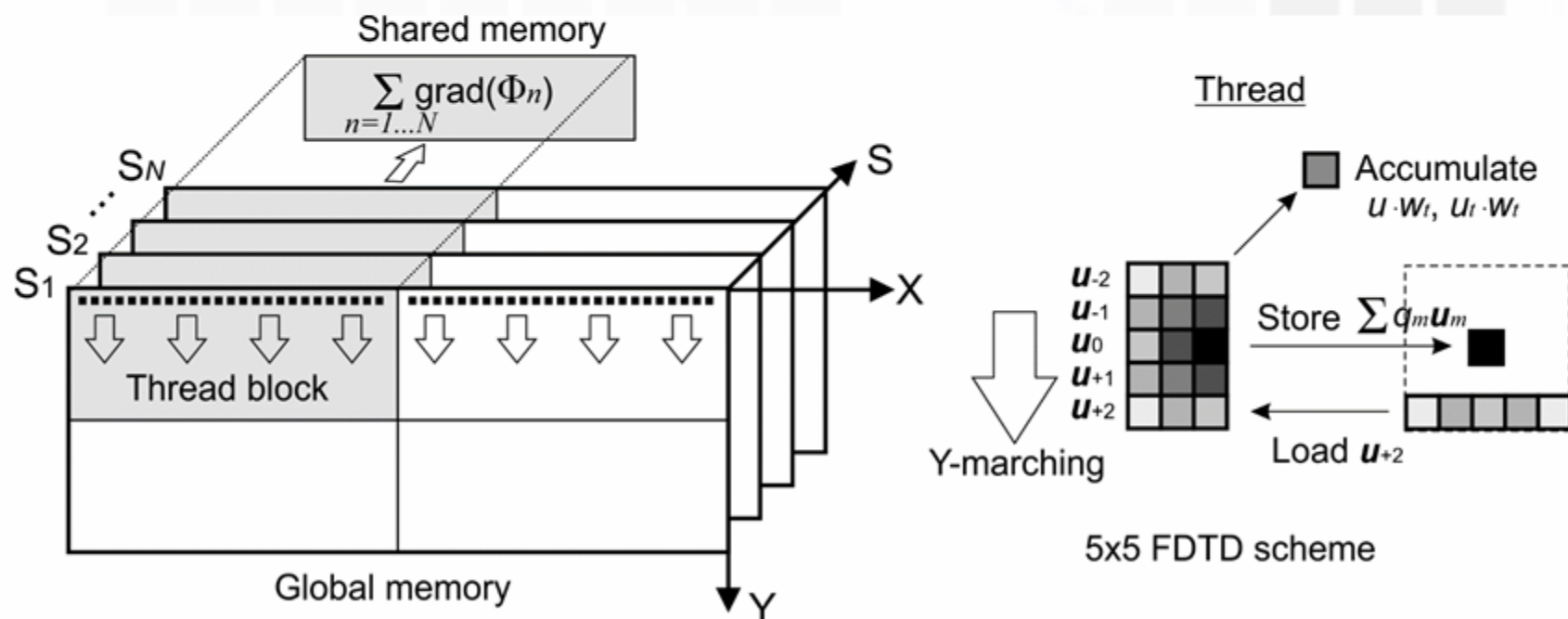
$$(\Phi'_c)_{ij} = \sum_{k=2}^{M-2} \frac{u_{ij}^{k+1} - u_{ij}^k}{\tau} \frac{w_{ij}^{k+1} - w_{ij}^k}{\tau} \tau \quad (\Phi'_a)_{ij} = \sum_{k=2}^{M-2} u_{ij}^k \frac{w_{ij}^{k+1} - w_{ij}^{k-1}}{\tau} \tau$$

- Используется 3 слоя по времени

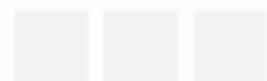
GPU-реализация

- Количество операций 10^{14}
- Кол-во параллельных потоков ~ 10000
- memory-intensive
- Специфика задачи — искомый градиент является интегралом по времени
- Суммирование по источникам в локальной памяти

Размерность задачи (N)	512	768	1024
Память GPU, МБайт	220	450	780
Время (сек), GTX Titan	114	258	477
Время (сек), Tesla K40s	130	294	562



Итерационный градиентный метод



$u(r,t)$ – смоделированная волна

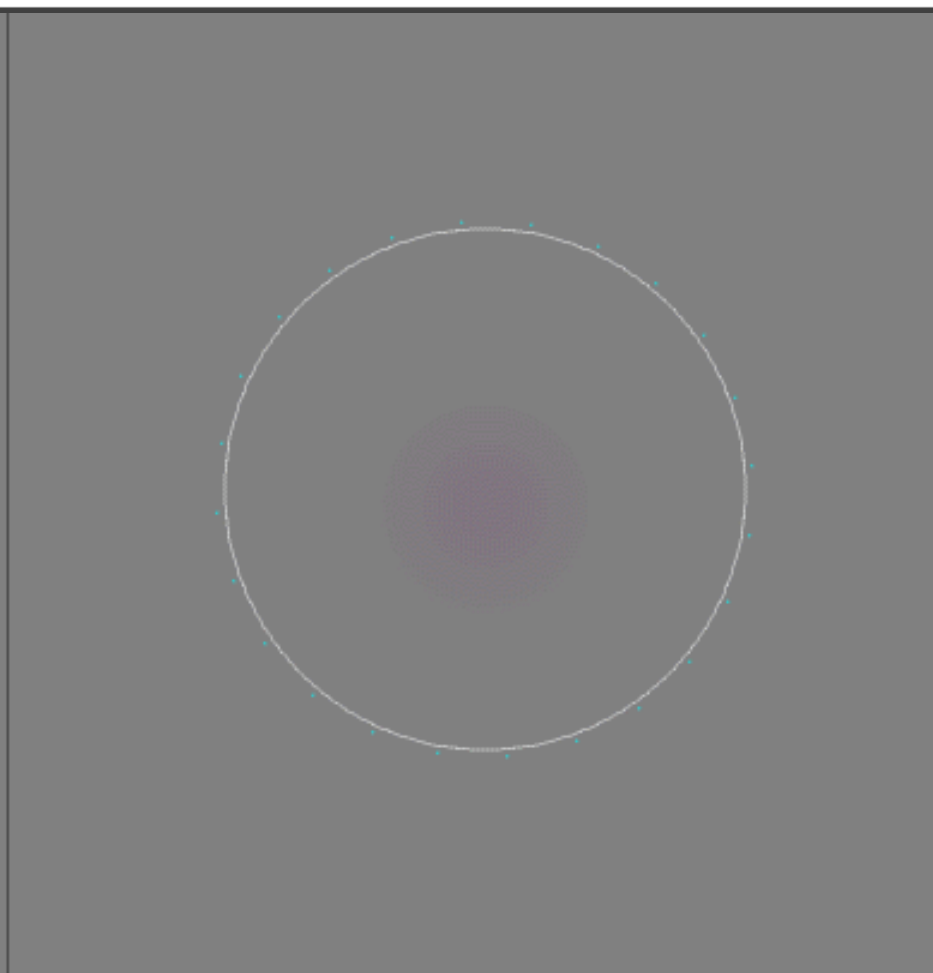
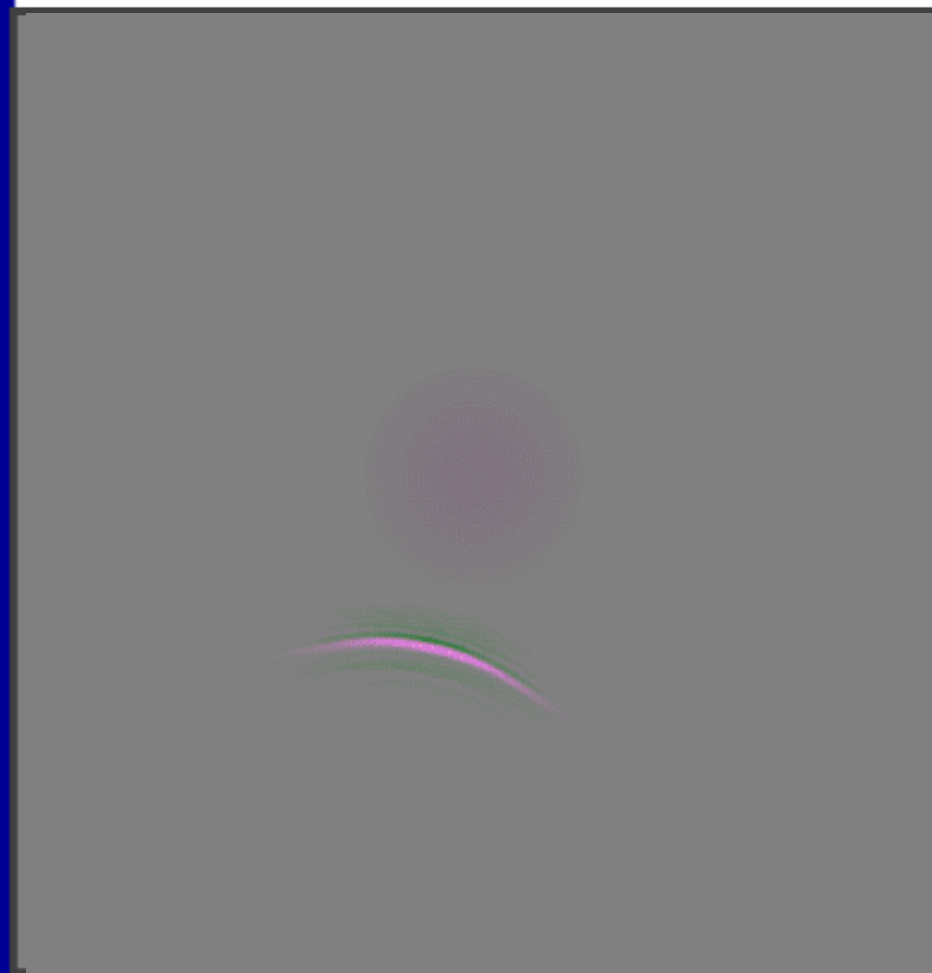
$w(r,t)$ – измеренная волна

Grad Φ

$c(r)$

$a(r)$

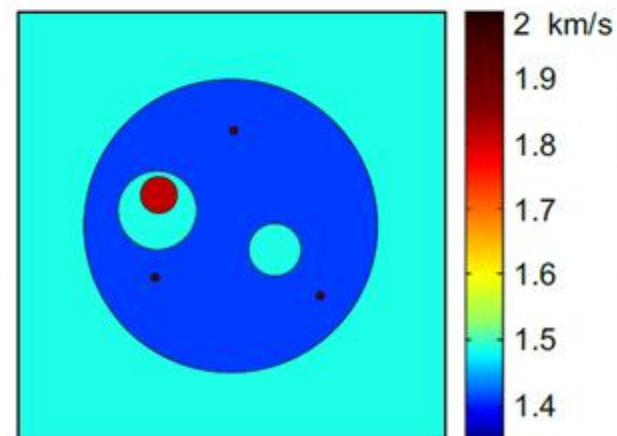
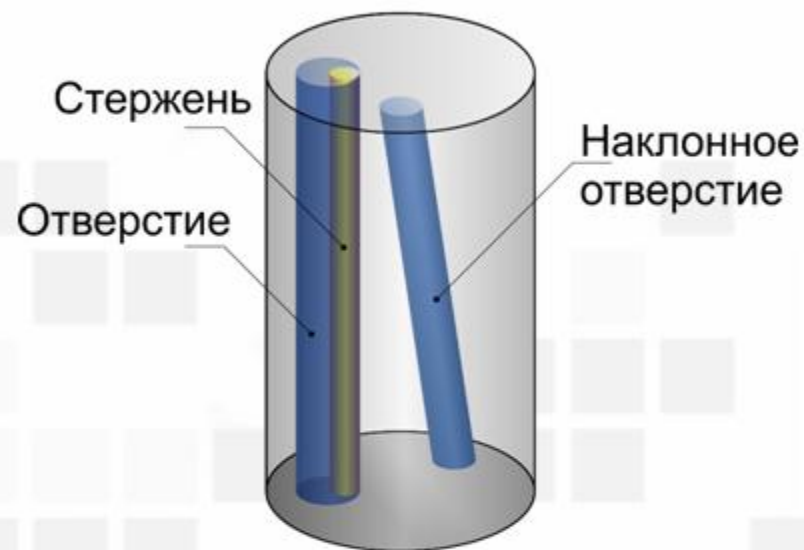
8



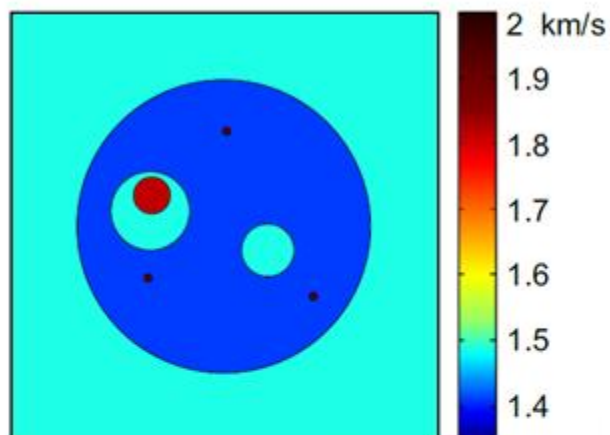
Экспериментальный стенд



Фантом

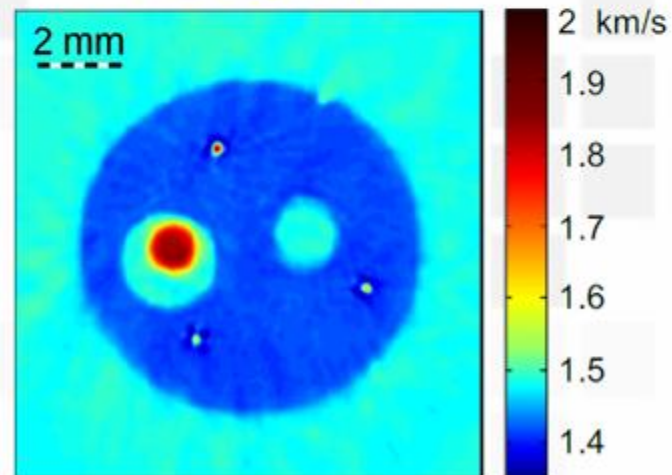
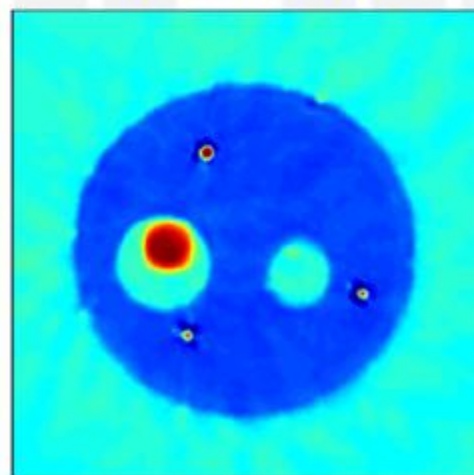
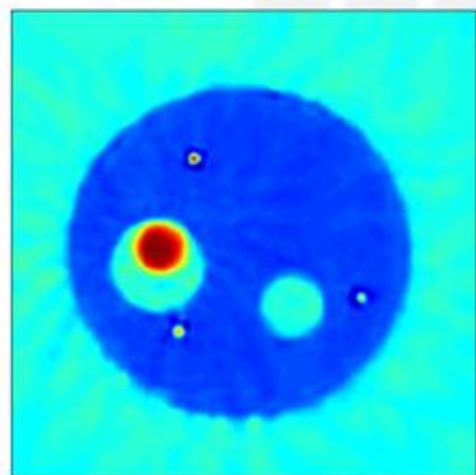


Восстановленные изображения

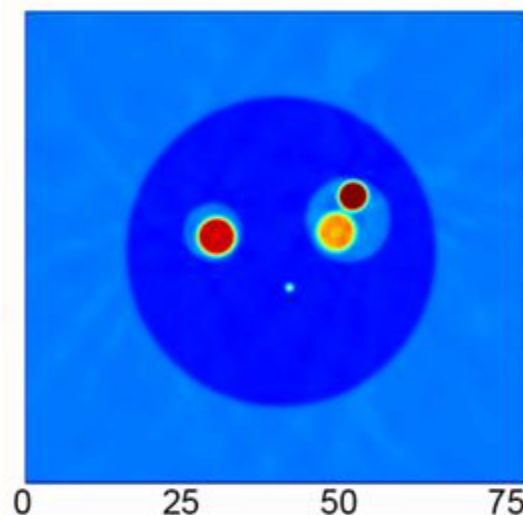


Фантом
Z=30mm

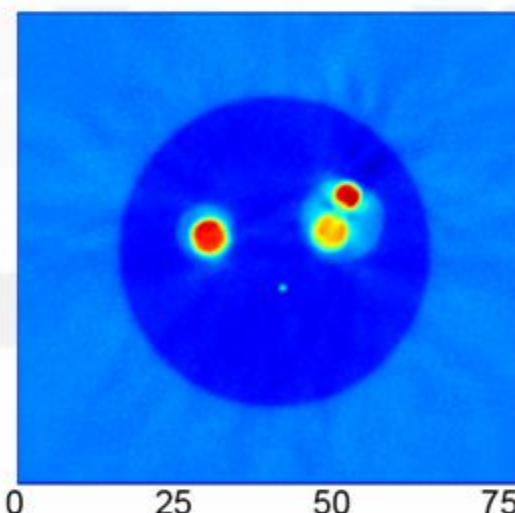
Восстановленные горизонтальные сечения
Z=30mm Z=60mm Z=90mm



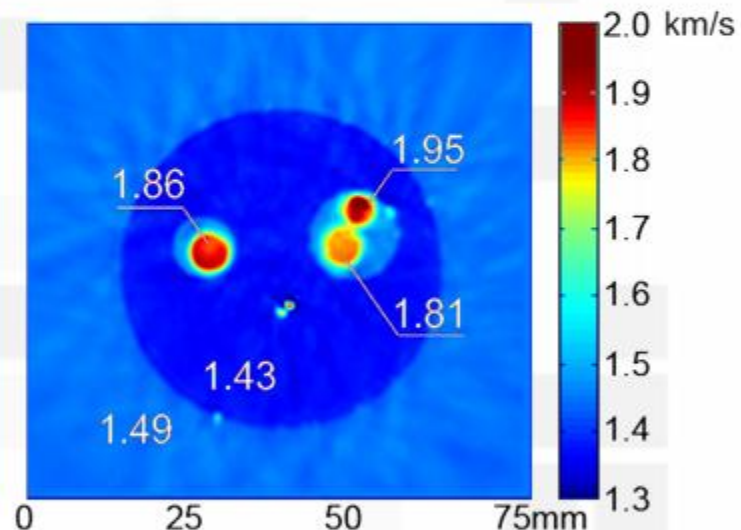
Мат. модель,
точные данные



Мат. модель
с погрешностью



Эксперимент



- Разрешающая способность $\sim 1.5\text{mm}$
- Точность определения скорости звука $\sim 1\%$

Основные результаты

- Предложены эффективные методы и алгоритмы решения 3D задач волновой томографии как коэффициентных обратных задач через прямое вычисление градиента функционала невязки.
- В двумерной постановке предложенные методы апробированы на реальном эксперименте
- Высокая разрешающая способность и точность восстановления позволяет использовать предложенный метод для медицинской диагностики
- Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 17-11-01065

Наш сайт : [http:// inverseproblems.ru](http://inverseproblems.ru)

Спасибо за внимание!