Russian Supercomputing Days

МОСКВА,
24-25 сентября 2018 г.

Параллельные вычисления на графических процессорах в задачах многокритериальной оптимизации

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики

Е.А. Козинов,

В.П. Гергель

Содержание

- Задача многокритериальной оптимизации
- Основы подхода
- Результаты численных экспериментов

Постановка задачи многокритериальной оптимизации

- Задача многокритериальной (или векторной) оптимизации (МКО) может быть определена следующим образом:

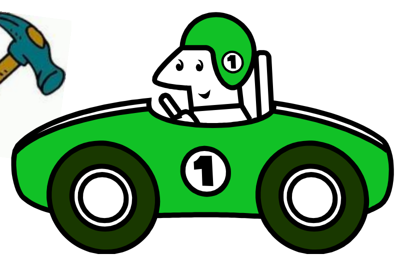
$$f(y) = \left(f_1(y), f_2(y), \dots, f_s(y)\right) \rightarrow min,$$

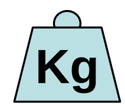
$$y \in D, D = \{y \in R^N : a_i \leq y_i \leq b_i, 1 \leq i \leq N\}$$

  - $y = (y_1, y_2, \dots, y_N)$ – вектор варьируемых параметров,
  - N – размерность решаемой задачи,
  - $f(y)$ – вектор-функция оптимизируемых критериев
  - D – область поиска.(N-мерный гиперпараллелепипед)

Прочность машины → max

Проходимый путь → max





Вес машины → min

Расход топлива → min

Постановка задачи многокритериальной оптимизации

- *Чрезвычайная сложность задач обусловлена*:
  - Критериев несколько и критерии противоречивы
  - Критерии сложно вычислимы
  - Функции критериев зависят от нескольких параметров («проклятие размерности»)
  - Функции соответствующие критериям многоэкстремальны
  - Функции задающие ограничения вызывают дополнительные сложности при поиске решения
- Задачи многокритериальной оптимизации(МКО) имеют широкое распространение в науке и технике.
  - Оптимальное размещение элементов на интегральных схемах,
  - проектирование летательных аппаратов,
  - разработка лекарственных препаратов,
  - разработка средств защиты,
  - поиск оптимального управления,
  - …

Основы предлагаемого подхода: методы решения задач МКО

- Выделяют несколько перспективных направлений для разработки методов решения задач МКО:
  - Методы лексикографической оптимизации.
  - Интерактивные методы.
  - Метод ε-ограничений (или метод удовлетворительных требований).
  - ***Методы применяющие те или иные свертки частных критериев.***
  - Метод перехода от задачи МКО к задаче большей размерности.
  - Методы неравномерного покрытия области поиска.
  - Генетические алгоритмы.
  - Методы роя частиц.

Основы предлагаемого подхода: Сведение задач МКО к одномерным задачам ГО

- В подходе применяется
  - Свертка набора частных критериев $f_i(y)$

$$F(\lambda, y) = max(\lambda_i * f_i(y), 1 \le i \le s),$$

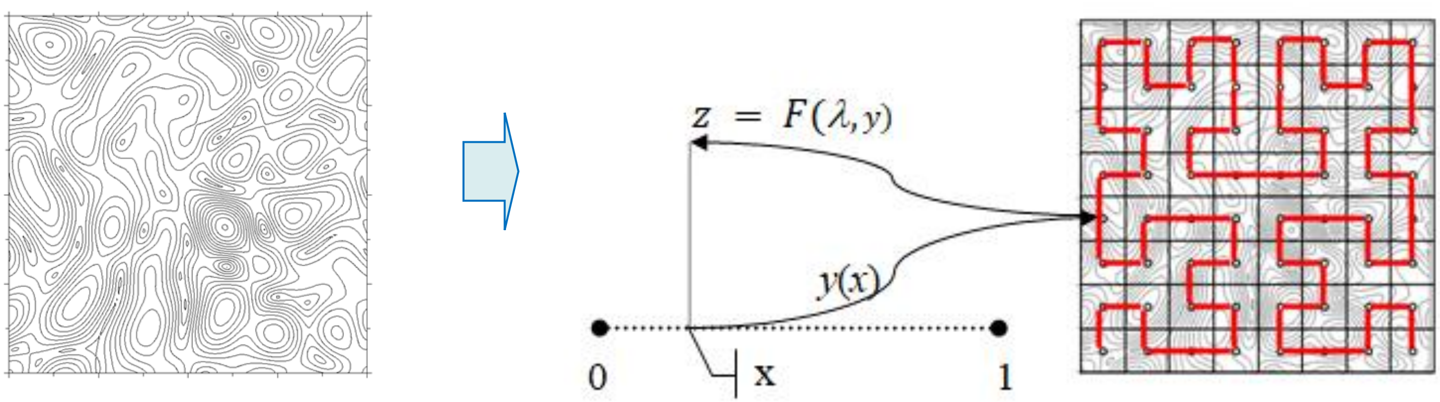
$$\textstyle\sum_{i=1}^{s} \lambda_i = 1\,, \lambda_i \ge 0, 1 \le i \le s.$$

  - Редукция размерности на основе *кривых* (*разверток)* Пеано $y(x)$

$$\min_{x \in [0,1]} \varphi(x)\,,$$

$$\varphi(x) = F\big(\lambda, y(x)\big), y(x) \in Q$$

    - $y(x)$ однозначно отображающие отрезок [0,1] на N-мерный гиперкуб D

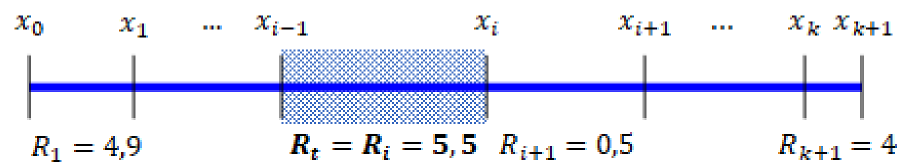


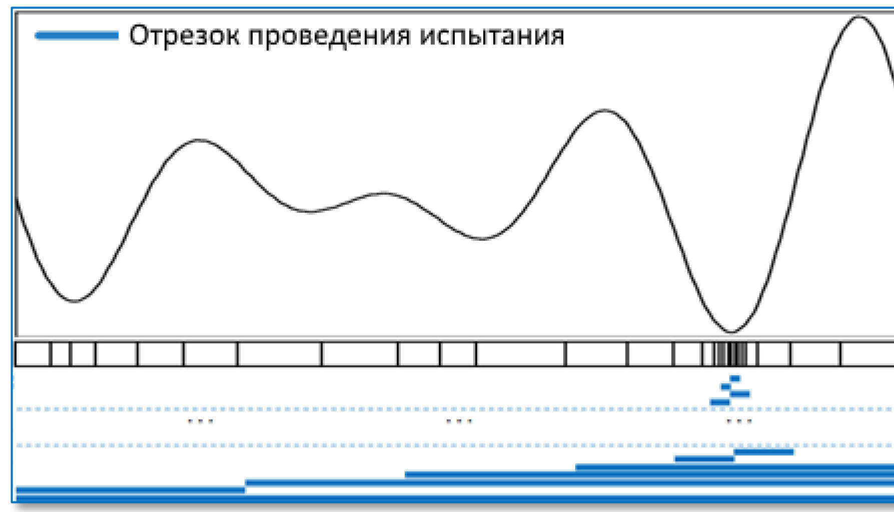
Основы предлагаемого подхода: Базовый алгоритм глобального поиска

- Рассмотрим алгоритм поиска глобального минимума:

Первое испытание проводится в произвольной точке $x^1 \in (0,1)$. Далее:

1. Отсортировать точки испытаний $0 = x_0 < x_1 < \cdots < x_i < \cdots < x_k < x_{k+1} = 1$.
2. Для каждого (x_{i+1}, x_i) вычислить значение характеристики $R(i)$.
3. Определить интервал $(\mathrm{x}_{t-1}, \mathrm{x}_t)$, которому соответствует максимальная характеристика $R(t) = max\{R(i): 1 \leq i \leq k+1\}$.
4. Провести очередное испытание в точке интервала $x^{k+1} \in (x_{t-1}, x_t)$.
5. Условие остановки $\rho_t \leq \varepsilon$, где $\rho_j = \sqrt[N]{x_i - x_{i-1}}$.





Основы предлагаемого подхода: Ускорение вычислений на основе повторного использования информации…

- Решение задач – последовательность испытаний $f^i = f(y^i)$.
  - Вся доступная информация о решаемой задаче оптимизации (*множество поисковой информации*, МПИ):

$$\Omega_k = \left\{ \left(y^i, f^i = f(y^i) \right)^T : 1 \le i \le k \right\}.$$

  - МПИ преобразуется к матрице состояния поиска (МСП) ***без дополнительных вычислений характеристик***:

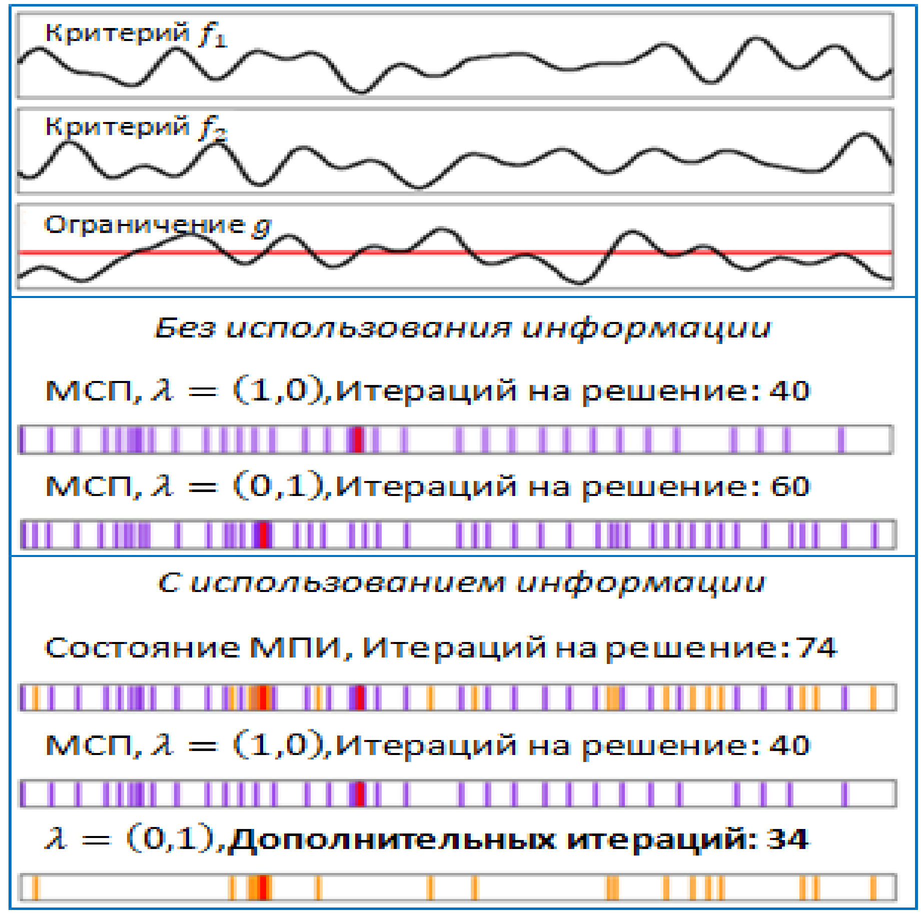
$$A_k = \{(x_i, z_i, l_i)^T : 0 \le i \le k\}$$

$x_i = y(y_i)$ – редуцированные точки

$$z_i = \max\left(\lambda^j f_i^j = w_i^{i_j}, 1 \le j \le s\right),$$

$i_j \in F, F \subset Z =< F, G, q >$

l_i - номера итераций



- **Переход к новой постановке задачи *без дополнительных вычислений характеристик*** :

$$z_i' = \max\left(\lambda_j' f_i^j, 1 \le j \le s\right), 1 \le i \le k,$$

Параллельные вычисления для вычислительных систем с общей памятью

1. Отсортировать точки испытаний

   $0 = x_0 < x_1 < \cdots < x_i < \cdots < x_{k*p} < x_{k*p+1} = 1,$

2. Для каждого (x_{i-1}, x_i) вычислить значение характеристики $R(i)$

3. Отсортировать интервалы по убыванию характеристик, взять *p* интервалов

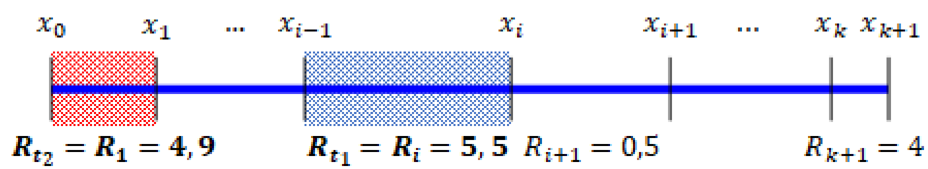
   $R(t_1) \geq R(t_2) \geq \cdots \geq R(tp)$

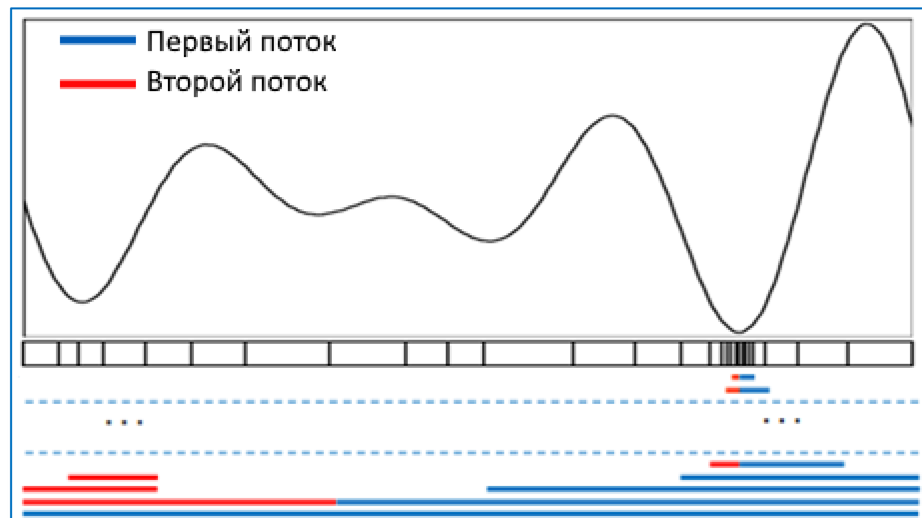
4. Провести p испытаний параллельно

   $$\left(x_{t_1-1}, x_{t_1}\right), \left(x_{t_2-1}, x_{t_2}\right), \ldots, \left(x_{t_p-1}, x_{t_p}\right)$$

5. Критерий остановки:

   $\rho_{t_i} \leq \varepsilon,\ 1 \leq t_i \leq p$





- Алгоритм будет именоваться как **Параллельный многомерный алгоритм многокритериального глобального поиска для общей памяти (ПАМГП)**

Блочная многошаговая схема вычислений

- Многошаговая схема редукция размерности

$$\min_{y \in D} \varphi(y) = \min_{a_1 \le y_1 \le b_1} \min_{a_2 \le y_2 \le b_2} \dots \min_{a_N \le y_N \le b_N} \varphi(y)$$

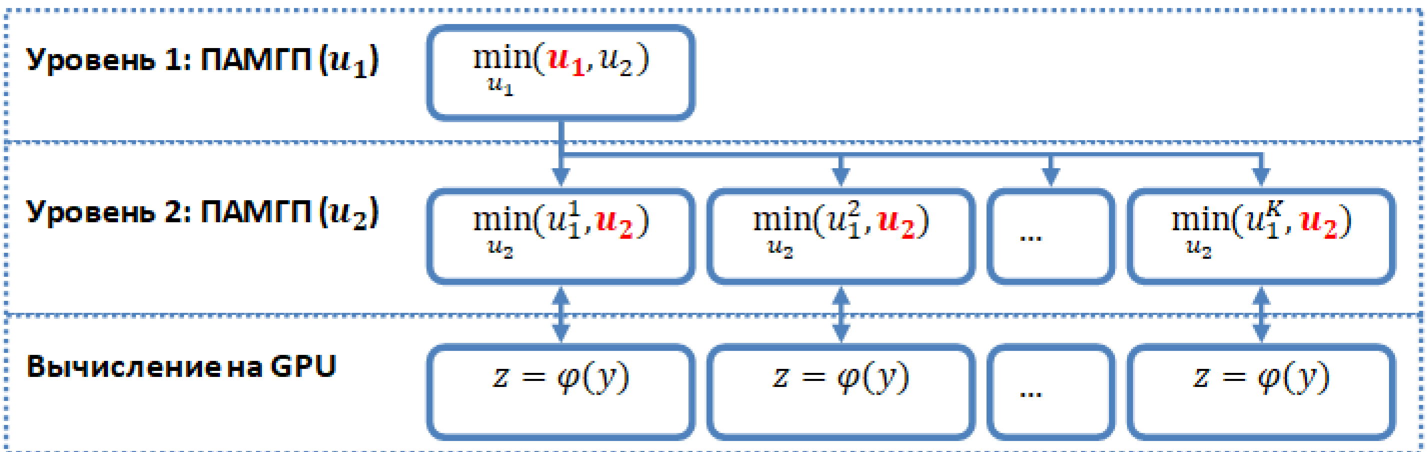
- Блочная многошаговая схема

$$\min_{y \in D} \varphi(y) = \min_{u_1 \in D_1} \min_{u_2 \in D_2} \dots \min_{u_M \in D_M} \varphi(y)$$

$$u_i = \left(y_{n_i+1}, y_{n_i+2}, \dots, y_{n_i+N_i}\right) \in D_i,$$

$$\mathrm{n}_0 = N_0 = 0, n_i = n_{i-1} + N_{i-1}, 1 \le i \le M.$$

- Вычислительная схема в экспериментах:



Результаты численных экспериментов…

- Первая серия экспериментов

$$f_1(y) = (y_1 - 1)y_2^2 + 1, f_2(y) = y_2, 0 \le y_1, y_2 \le 1.$$

- Сравнивались 5 методов
  - Метод Monte-Carlo (MC),
  - Генетический алгоритм SEMO из библиотеки PISA,
  - Метод Non-Uniform Coverage (NUC),
  - Метод Bi-objective Lipschitz Optimization (BLO),
  - **Представленный алгоритм (ПАМГП)**

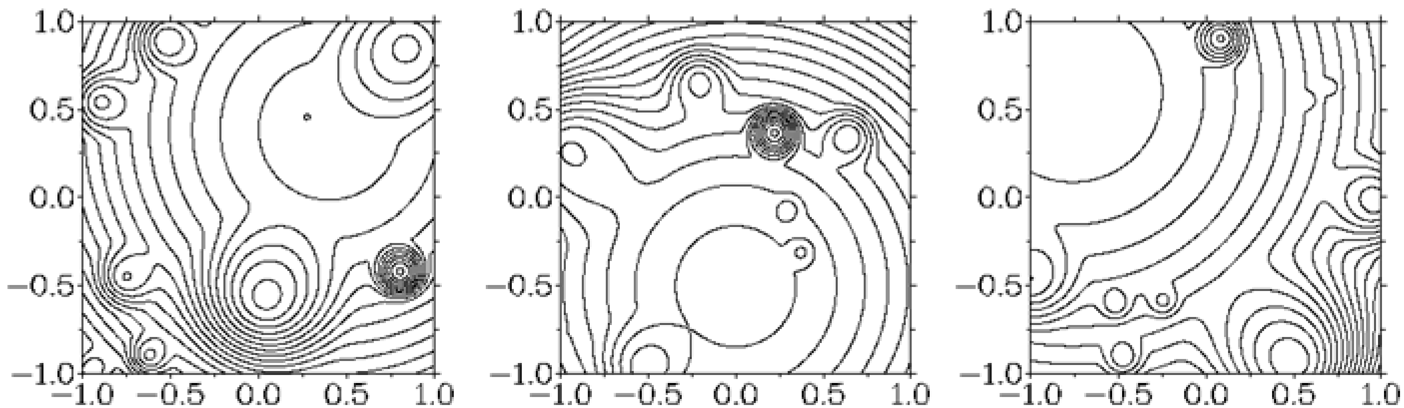
Результаты численных экспериментов…

- Сравнение по индексам
  - HV – полнота покрытия Парето границы (больше лучше)
  - DU – равномерность покрытия Парето границы (меньше лучше)
- Сравнения методов по индексам HV и DU:

Метод	Итераций	Оценка области Парето	HV	DU
MC	500	67	0.300	1.277
SEMO	500	104	0.312	1.116
NUC	515	29	0.306	0.210
BLO	498	68	0.308	0.175
ПАМГП	**370**	**100**	**0.316**	**0.101**

Результаты численных экспериментов…

- Во второй серии экспериментов использовались задачи из генератора GKLS



- Генератор позволяет генерировать задачи глобальной оптимизации произвольной размерности
- Решалась шестимерная задача с двумя критериями (N = 6, s = 2)
- Использовалось два уровня $(u_1 = (y_1, y_2), u_2 = (y_3, y_4, y_5, y_6))$

Результаты численных экспериментов

- Ускорение по времени вычислений

Хостов	P	Th	P*Th	Тип выч.	Время, с.	Ускорение
1	1	16	16	CPU	7 186.4	1.0
16	16	16	256	CPU	957.3	7.5
16	32	4 032	129 024	GPU	529.9	13.6
16	64	2 016	129 024	GPU	291.8	24.6
16	128	1 008	129 024	GPU	272.4	26.4
32	**128**	**2 016**	**258 048**	**GPU**	**214.9**	**33.4**
32	256	1 008	258 048	GPU	253.2	28.4

- Ускорение по итерациям

Хостов	P	Th	P*Th	Тип выч.	Итераций	Ускорение
1	1	16	16	CPU	12 279 179.8	1.0
16	16	16	256	CPU	808 858.8	15.2
16	32	4 032	129 024	GPU	3 086.5	3 978.4
16	64	2 016	129 024	GPU	2 426.9	5 059.6
16	128	1 008	129 024	GPU	2 910.2	4 219.4
32	**128**	**2 016**	**258 048**	**GPU**	**1 581.5**	**7 764.4**
32	256	1 008	258 048	GPU	2307.5	5 321.4

Список публикаций

1. Gergel, V.P. Efficient multicriterial optimization based on intensive reuse of search information. [Текст] / V.P. Gergel, E.A. Kozinov // Journal of Global Optimization. – 2018. – V. 71(1). – P. 73–90.
2. Гергель, В.П. Методы многокритериальной оптимизации для решения задач виброзащиты [Текст] / В.П. Гергель, Е.А. Козинов, В.В. Соврасов // Проблемы прочности и пластичности. – 2018. – №80(2). – С. 281-292.
3. Gergel, V. Parallel computing for time-consuming multicriterial optimization problems. [Текст] / V. Gergel, E. Kozinov // Lecture Notes in Computer Science. – 2017. – V. 10421. – P. 446-458.
4. Gergel, V.P. An approach for parallel solving the multicriterial optimization problems with non-convex constraints. [Текст] / V.P. Gergel, E.A. Kozinov // Communications in Computer and Information Science. – 2017. – V. 793. – P. 121–135.
5. Gergel, V. Efficient methods of multicriterial optimization based on the intensive use of search information. [Текст] / V. Gergel, E. Kozinov // Springer Proceedings in Mathematics and Statistics. – 2017. – V. 197. – P. 27-45.
6. Gergel, V.P. Accelerating Parallel Multicriterial Optimization Methods Based on Intensive Using of Search Information. [Текст] / V.P. Gergel, E.A. Kozinov // Procedia Computer Science. – 2017. – V. 108. – P. 1463–1472.
7. Kozinov, E.A. Accelerating multicriterial optimization by the intensive exploitation of accumulated search data. [Текст] / E.A. Kozinov, V.P. Gergel // AIP Conference Proceedings. – 2016. – V. 1776. – P. 090003.
8. Козинов Е.А. Параллельные вычисления при поиске эффективных вариантов в задачах многокритериальной оптимизации. [Текст] / Е.А. Козинов, В.П. Гергель // В сборнике: Суперкомпьютерные дни в России Труды международной конференции. – 2016. – С. 447–453.

Контакты

- д.т.н., профессор, директор ИТММ,
  Гергель Виктор Павлович
  gergel@unn.ru

- ассистент каф. МОСТ ИТММ
  Козинов Евгений Александрович
  evgeny.kozinov@itmm.unn.ru

Спасибо за внимание!

Вопросы?